

¿Algebra sin incógnitas? Una introducción competencial al álgebra

Grup Vilatzara (ICE UAB)

Xavier Vilella¹, Manel Sol¹, Pedro Cobo, Jordi Comellas, Joaquim Giménez, Ampar López, Yuli Marsela, Rosario Martín, Eva Roca, Elisa Sala, Jaume Serra, Marc Vilanova, Sol Vilaplana.

¹ IES Vilatzara 08340 Vilassar de Mar xvilella@xtec.cat msol@xtec.cat

Resumen

Proponemos una introducción al álgebra que tenga en cuenta la competencia matemática a partir de la resolución de problemas desde el inicio de la actividad. Contrariamente a las propuestas habituales de los libros de texto.

.1 Introducción

En las pruebas PISA de 2003 se planteó al alumnado el siguiente problema:



Figura 1

“La fotografía (figura 1) muestra las pisadas de un hombre caminando. La longitud del paso P es la distancia entre los extremos posteriores de dos pisadas consecutivas.

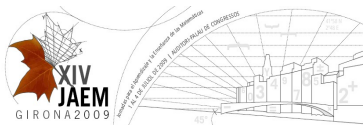
Para los hombres, la fórmula $n/P = 140$ da una relación aproximada entre n y P siendo:

n = número de pasos por minuto, y

P = longitud del paso en metros

Si se aplica la fórmula a Enrique y éste da 70 pasos por minuto, ¿cuál es la longitud del paso de Enrique? Explica cómo lo calculas”

La solución es sencilla, se trata de resolver la ecuación $70/x = 140$, donde resulta trivial que $x = 0,5$. El resultado fue que sólo un 36% del alumnado de 15 años de los países miembros de la OCDE



supo resolverlo correctamente. En España alcanzamos el 38%.

Analizaremos algunas tareas matemáticas desde el punto de vista de 3 competencias que pensamos que concentran lo esencial de las competencias matemáticas, siguiendo a Sol (2009):

- pensamiento lógico y razonamiento;
- resolución de problemas;
- comunicación de las ideas matemáticas.

En la gran mayoría de libros de texto, la estructura habitual de las actividades que se proponen es:

- a) una introducción teórica (a veces presentando incluso polinomios y algunas operaciones básicas),
- b) unos ejemplos resueltos en los que se muestra al alumnado la manera como deben resolverlos,
- c) y un listado de ejercicios que reproducen fielmente los ejemplos presentados.

Un ejemplo es el siguiente:

“María ha tomado en la heladería un helado de dos bolas y dos orchatas, y Ramón ha tomado un helado de tres bolas. María ha pagado 4,40 euros, y Ramón ha pagado 2,10 euros. ¿Cuánto cuesta una bola de helado y una orchata?”

Escribimos la información que nos dan y la que nos piden:

· *María: 2 bolas + 2 orchatas = 4,40 €*

· *Ramón: 3 bolas = 2,10 €*

Información que nos piden:

· *Precio de una bola de helado*

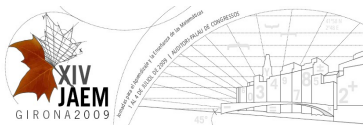
· *Precio de una orchata*

Una bola de helado cuesta: $2,10 : 3 = 0,70 €$

2 bolas de helado más dos orchatas cuestan 4,40 euros. Sabemos que dos bolas de helado cuestan $0,70 \times 2 = 1,40 €$. Por tanto: $2 \text{ orchatas} + 1,40 = 4,40 €$. Las dos orchatas costarán: $4,40 - 1,40 = 3 €$

Una orchata cuesta $3 : 2 = 1,50 €$ ”

El planteamiento de la situación permitía al alumnado afrontar un reto próximo, admitía diferentes caminos y representaciones para atacar el problema. Pero no se le permite al alumnado afrontar esta complejidad: inmediatamente debajo del enunciado se presenta **la** solución. La solución y **la manera** como debe de resolverse. Así han acabado con la riqueza que podía tener la situación



problema presentada. No podrá darse el desarrollo competencial posible, dado que han impedido al alumnado afrontar un reto, buscar una manera de resolver una situación contextualizada en la que deberían haber puesto en marcha todo su conocimiento previo, en la que podía haber tenido sentido que cada cual hubiera ensayado caminos de solución y haber deseado compartirlo con sus compañeros y compañeras, estableciendo lo que pudieran tener igual y lo que les diferenciaba. En el camino, hubieran usado sus propias representaciones que, una vez compartidas, enriquecerían a todos y a todas. Representaciones que podrían haber ido cambiando y, con un buen apoyo del profesorado, llegarían a convertirse en las que usamos habitualmente.

Aquí tenemos otro ejemplo:

“Escribe la expresión algebraica correspondiente a la frase siguiente: “la diferencia entre el triple del cuadrado de un número y el doble del cubo de otro es igual a 12”.

Aún otro más, éste con etiqueta de “contextualizado”:

“Mercedes plantó una semilla en una maceta. Un día observó que había brotado una planta de un milímetro de altura y, cada día sucesivo, la planta creció 3 mm de altura. Encuentra una expresión algebraica que nos permita obtener la altura de la planta en relación con el tiempo transcurrido”

.2 Propuesta de trabajo

Nuestra propuesta va en un sentido radicalmente distinto. Y lo que pretendemos en este taller es mostrar algunas tareas alternativas a las tradicionales, en la línea de metodologías más co-constructivas, basadas en el andamiaje que necesita el alumnado para ir avanzando en el dominio del álgebra.

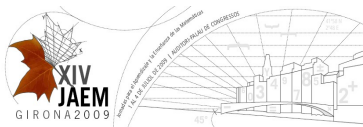
Un ejemplo de las tareas que proponemos¹ y sobre las que debatiremos es la siguiente:

Se presenta al alumnado una situación que puede entenderse como próxima: *“Un grupo de amigos, una noche en casa de uno de ellos, vídeos y DVD musicales y de acción, piden pizzas y refrescos para cenar.*

La cuenta que les traen, en la que sólo aparecen algunos totales, debe ser pagada -según lo comido por cada cuál-, al que la liquidó en la puerta de casa, pero no resulta sencillo puesto que:

- *dos pizzas y tres ensaladas sumaron 19,90 €,*
- *cuatro porciones especiales y seis bebidas grandes costaron 17,60 €*

¹ En las JAEM de Albacete ya se presentó un análisis de esta actividad, juntamente con otra en la que se relacionaba el álgebra con la arqueología.



- *tres porciones especiales y tres bebidas grandes han costado 12 €*

Al alumnado se le presentan estos precios pagados por estos productos uno a uno, y se les pide que intenten responder a algunas cuestiones. Por ejemplo, en la primera propuesta (dos pizzas y tres ensaladas sumaron 19,90 €) se les pide respuesta razonada al siguiente cuestionario:

1. *¿Puedes saber lo que cuestan 1 pizza y 2 ensaladas?*
2. *¿Cuánto cuestan 4 pizzas y 6 ensaladas?*
3. *Explica qué más puedo saber con estos datos*
4. *Razona por qué 2 pizzas no pueden costar 20 euros.*
5. *Razona por qué una ensalada no puede costar más de 6 euros.*
6. *Razona por qué una pizza no puede costar más de 9 euros.*
7. *Razona por qué 4 pizzas y 7 ensaladas cuestan más de 39 euros.*
8. *Dime ahora 5 posibles precios de la ensalada y los correspondientes precios de la pizza*

En la última propuesta de esta serie que se presenta a los alumnos, se les pregunta:

1. *Si sabemos que el precio de 6 bebidas grandes y 4 porciones especiales y también el precio de 3 bebidas grandes y 3 porciones especiales, explica cómo lo harás para descubrir el precio de 1 porción especial y 3 bebidas especiales.*
2. *Razona qué puedes saber sobre el precio de 5 porciones especiales y 15 bebidas grandes. Razona por qué ahora sí que puedes saber el precio de la bebida grande y la porción especial*

Otro ejemplo, ahora sobre tarifas telefónicas de telefonía móvil:

“La compañía telefónica DD (Diga - diga Communications) lanza una oferta de telefonía móvil para captar clientes: ofrece una tarifa A en la que el usuario solamente paga por el tiempo total que ha estado llamando por teléfono a razón de 0,08 euros / minuto.

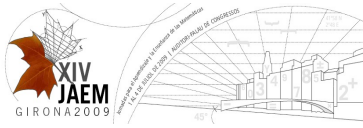
Por otro lado, ofrece una segunda tarifa, la B, en la que el usuario paga 6 euros fijos al mes pero las llamadas las paga a 0,05 euros / minuto.

Sea cual sea la tarifa escogida, esta compañía factura por los segundos que el usuario haya llamado; además, en esta oferta no se cobra el establecimiento de llamada.

Haz un estudio comparativo de ambas tarifas y saca tus conclusiones”

Una vez el alumnado ha resuelto esta situación, se plantea una extensión de ella:

“Días más tarde, la misma compañía lanza una tercera tarifa, la C, en la que el usuario paga 10 euros fijos al mes, pudiendo llamar 180 minutos; si llama más minutos, el usuario paga estos



minutos de más a 0,20 euros / minuto.

Compara esta tarifa con las anteriores. Expón tus conclusiones”

En este taller también debatiremos sobre las ventajas de esta propuesta de introducción al álgebra y también sobre sus limitaciones.

.3 Bibliografía

Sol, M. (2009) *Anàlisi de les competències i habilitats en el treball de projectes matemàtics amb alumnes de 12-16 anys a una aula heterogènia*. Tesis doctoral no publicada.